אנטגרלים לא אמיתיים מסוג שני

תהי הפונ' מוגדרת ולא חסומה בקטע חצי פתוח ונניח כי לכל נתון כי האינטגרל בקטע קיים ולכן נוכל להגדיר את: .

# הגדרה

הגבול נקרא האינטגרל הלא אמיתי של בקטע ומסומן ע"י  
. אם קיים הגבול, נאמר כי האינטגרל הלא אמיתי של בקטע מתכנס אחרת נאמר כי הוא מתבדר.

באופן דומה, תהי פונ' מוגדרת ולא חסומה בקטע ונניח כי לכל , אינטגרבילית בקטע . נגדיר . הגבול נקרא האינטגרל הלא אמיתי של בקטע ומסומן גם כן ע"י . אם הגבול קיים נאמר כי האינטגרל הלא אמיתי של בקטע מתכנס.

# תכונות חשובות

1. תהי פונ' המוגדרת בקטע פרט אולי מנקודה ונניח כי לכל אינטגרבילית בקטעים . נניח כי אינה חסומה בסביבת הנקודה כך ש. אם קיימים הגבולות אז נאמר כי האינטגרל הלא אמיתי של בקטע מתכנס וערכו הוא
2. מספיק שאחד האינטגרלים יתבדר, כדי שהאינטגרל באגף שמאל יתבדר.
3. מתכנס ⬄

# תרגיל

חשב

## פתרון

לכן האינטגרל מתכנס וסכומו -1

מבחני התכנסות

# מבחן ההשוואה הראשון

בהינתן אזי:  
 מתכנס ⇦ מתכנס.

# מבחן ההשוואה השני

בהינתן וקיים הגבול נסמן  
 אזי:

* אם אזי מתכנסים ומתבדרים "ביחד"
* אם אזי מתכנס ⇦ מתכנס
* אם אזי מתכנס ⇦ מתכנס

# תרגיל

קבעו התכנסות של

## פתרון

ניקח את .  
, לכן *האינטגרלים של ו מתכנסים ומתבדרים ביחד. מאחר ו מתבדר גם מתבדר.*

# תרגיל

בדוק התכנסות של

## פתרון

ניקח את   
מאחר ו אז זה אומר כי יותר גדולה מ ולכן *אם יתכנס אז יתרנס. ומאחר ו נקבל כי מתכנס ולכן מתכנס.*

# תרגיל

בדוק התכנסות

## פתרון

האינטגרל של חסום כמו כן ולכן ניתן להשתמש במבחן דריכלה ולראות כי האינטגרל מתכנס.

התכנסות בהחלט

# הגדרה

אם מתכנס, אז נאמר שהאינטגרל מתכנס בהחלט. אם מתבדר אבל מתכנס נאמר ש מתכנס בתנאי

# משפט(קושי)

אינטגרל מתכנס בהחלט, הוא בהכרח מתכנס בתנאי.(ההיפך, כמובן לא נכון)